

L'arithmétique dans les extensions modérément ramifiées et décomposées

Roslan IBARA NGIZA MFUMU

Université Marien NGOUABI

Directeurs de thèse : B. G. R. BOSSOTO, Christian MAIRE

19 Mars 2025



UNIVERSITÉ
MARIE & LOUIS
PASTEUR

Cadre de la thèse

- **Contexte scientifique :**

Les pro- p -extensions maximales de corps de nombres à ramification restreinte sont liées aux représentations galoisiennes, motivées par le théorème de Fermat. Le point de départ est l'étude de l'action d'un groupe diédral sur le groupe des classes par Schoof (2020) voir [2] et l'approche de la théorie des genres développée par Maire (2018) voir [1]. L'objectif est de comprendre leur formalisme algébrique et de l'appliquer à d'autres objets arithmétiques. Problématique générale et objectifs de la thèse.

- **Mots-clés :**

Groupe des classes, groupe des classes de rayon, groupes profinis, extensions à ramification restreinte

Financements et soutiens

- **Financements obtenus :**
GRAID award from the International Mathematical Union (IMU) : 13500 dollars for 4 years.



Séjours de recherche

- **Séjours académiques :**

- **Université Marie et Louis PASTEUR (Laboratoire FEMTO-ST)**

France, Besançon.

Période : Automne 2022, Automne 2023, Printemps 2024

Objectif : Avancement de la thèse

Financement :



- **Activités internationales :**

- **21st Atelier PARI/GP**

Roma Tre University, Roma, Italy.

April 15th-16th 2024 .

- **8th mini symposium of the Roman Number Theory Association**

Roma Tre University, Roma, Italy.

April 17th-19th 2024

Financement :



- **Ecoles de recherche :**

- **Les journées Algébriques du Gabon (Ecole Normale Supérieure).**
Gabon, Libreville.

Période : édition 3 (Decembre 2022), édition 4 (Mars 2024).

- **Gabonese workshop in arithmetic and beyond (Ecole Normale Supérieure)**

Gabon, Libreville.

Période : 24 Octobre - 04 Novembre 2024

Financement :



Sujet de thèse et méthodologie

● Résultats principaux :

- Soient l'extension L/K est modérément ramifiée et Σ son ensemble de ramification. Soit $\Gamma_T^S = \text{Gal}(F_T^S/K)$ avec F_T^S le corps gouvernant de K . Soit $m = \#\Sigma$, et soit $\{e_{v_1}, \dots, e_{v_m}\}$ une base de $(\mathbb{F}_p)^m$ indexées par les places v de Σ .

Nous considérons l'application linéaire $\Theta_{\Sigma, T}^S$ définie par

$$\begin{aligned} \Theta_{\Sigma, T}^S : (\mathbb{F}_p)^m &\longrightarrow \Gamma_T^S \\ e_v &\longmapsto \sigma_v. \end{aligned}$$

Nous avons le resultat suivant :

Théorème

Sous les conditions précédentes, on a

$$g_T^S = \#\text{Ker}(\Theta_{\Sigma, T}^S).$$

- **Articles soumis :**

- Genus theory, governing field, ramification and frobenius ,Soumis.

- **Travaux en cours :**

Ce travail analyse la structure du S -groupe des classes de rayon dans les extensions diédrales avec ramification modérée et décomposition contrôlée. En utilisant la théorie du corps de classes et la cohomologie galoisienne, on établit une description précise de ce groupe. L'étude prolonge les recherches de Honda, Washington et Schoof sur les groupes de classes.

Perspectives et remerciements

- **Date de soutenance prévue :**
Juillet, 2025.
- **Perspectives post-thèse :**
L'objectif est d'examiner comment les résultats de l'article " Genus theory, governing field, ramification and Frobenius" s'adaptent au cadre des corps de fonctions.

- **Références :**

-  C. Maire, *Genus theory and governing fields*, New York J. Math. **24** (2018), 1056-1067.
-  R. Schoof, *On the ideal class group of the normal closure of $\mathbb{Q}(\sqrt[p]{n})$* J. Number Theory **216** (2020), 69-82.