



Titre du Sujet de Thèse :

**ARITHMETIQUES DES PRO- $p$  EXTENSIONS DES  
CORPS DE NOMBRES AVEC CONDITIONS LOCALES  
DONNEES**

Par : BOUNGOUENDJI LÉBOUMA Copernic

Ecole Normale Supérieure (ENS), Libreville;  
Université Marien NGouabi (UMNG), Brazzaville;  
Université Marie et Louis Pasteur.

## Pré-doctorant

**Nom et Prénoms** : BOUNGOUENDJI LÉBOUMA Copernic.

**Parcours** : Après un BAC série C, obtenu au Lycée d'Application Nelson Mandela de Libreville (Gabon) ;

j'ai une formation en mathématiques, achevée par un master en mathématiques fondamentale, Option : Algèbre Géométrie et Théorie des Nombres, obtenu à l'Université des Sciences et Techniques de Masuku (USTM) à Franceville au Gabon, et soutenu en novembre 2023.

- **Titre** : La  $p$ -extension maximale  $\hat{k}$  d'un corps commutatif  $k$
- **Objectif** : Etudier les conditions pour lesquelles le groupe de Galois de  $G_k$  la La  $p$ -extension maximale  $\hat{k}$  d'un corps commutatif  $k$  est un pro- $p$  groupe libre.

Dans cette étude on distingue trois cas principaux :

- 1  $k$  est un corps de caractéristique  $p$  ;
- 2  $k$  est un corps de caractéristique différent de  $p$  et contient le groupe  $\mu_p$  ;
- 3  $k$  est un corps de caractéristique différent de  $p$  et ne contient pas le groupe  $\mu_p$ .

Inscription en thèse doctorale en cours au sein de l'Université Marien NGOUABI de Brazzaville :

## Directeurs de thèse

- Tony Mack Robert EZOME MINTSA, Maître de Conférence CAMES, Ecole Normale Supérieure (ENS), Libreville, Gabon ;
- Christian MAIRE, Professeur à l'Université Marie et Louis Pasteur, France ;

Depuis les travaux de Wiles et Taylor-Wiles au milieu des années 90 sur la preuve du dernier théorème de Fermat, la théorie des représentations galoisiennes joue un rôle très prépondérant dans le monde de la recherche en arithmétique. Les éléments fondamentaux de cette théorie sont les  $pro-p$  extensions de corps de nombres dont le groupe de Galois est le quotient d'un groupe  $G_S$  qui est le groupe de Galois de la  $prop-p$  extension maximale  $L$  d'un corps de nombres  $K$  telle que  $L$  est non ramifiée en dehors d'un ensemble fini de places  $S$ . Dans cette thèse, on va se focaliser sur l'étude de la structure de  $G_S$  et de ses quotients.

L'objectif de cette thèse est l'étude des pro- $p$  extensions de corps de nombres de dimensions cohomologique 2 avec conditions locales spécifiques. On se servira du principe de Forré-Schmidt suivant :

## Théorème

Soit  $G$  un groupe pro- $p$  de type fini qui n'est pas libre. Supposons que  $H^1(G) = U \oplus V$  tel que :

- 1  $U \cup U = 0 \in H^2(G)$  ;
- 2  $U \cup V = H^2(G)$ .

Alors  $G$  est de dimension cohomologique 2.

Et la construction d'exemples concrets en utilisant le logiciel de calcul formel PARI/GP

- Un financement partiel de l'Agence Universitaire de la Francophonie à travers le projet mathématiques-Afrique-France pour les voyages de recherches à l'Université Maris et Louis Pasteur ;
- Une bourse d'étude de l'International Mathematical Union (IMU) à travers son programme IMU Breakout Graduate Fellowship



- [1] D. Anick : Non-commutative Algebra and their Hilbert Series, J. of Algebra, **78** (1982), 120 – 140.
- [2] J. Blondeau, P. Lebacque, C. Maire : On the cohomological dimension of some pro- $p$ -extensions above the cyclotomic  $\mathbb{Z}_p$ -extension of a number field, Moscow Mathematical Journal **13** (2013), 601 – 619.
- [3] G. Chenevier : On number fields with given ramification, Compositio Mathematica **143** no. 6 (2007), 1359 – 1373.
- [4] J.-M. Fontaine, B. Mazur : Geometric Galois representations, Elliptic curves, modular forms and Fermat's last theorem, Internat. Press, Cambridge, MA, 1995.
- [5] P. Forree : Strongly free sequences and pro- $p$ -groups of cohomological dimension 2, J. reine angew. Math. 658, (2011), 173 – 192.
- [6] H. Koch : Uber Pro- $p$ -Gruppen der kohomologischen Dimension 2, Math. Nach. **78** (1977), 285 – 289.

**C'est ici que prend fin cette présentation**

