



UNIVERSITE  
MARIEN NGOUABI



university of  
 groningen

Titre du Sujet de Thèse :  
**ÉTUDE DES REVÊTEMENTS DE COURBES  
ALGÈBRIQUES.**

Par : LOKOSSA Aldo Spero

Ecole Normale Supérieure (ENS), Libreville;  
Université Marien NGouabi (UMNG), Brazzaville;  
University of Groningen (UG), Groningue.

Le 20 Mars 2025

## Pré-doctorant

**Nom et Prénoms** : LOKOSSA Aldo Spero.

**Parcours** : Après un BAC série C, obtenu au Lycée Henry Sylvoz de Moanda (Gabon), en 2017 ;

j'ai poursuivi une formation en mathématiques, achevée par un master en mathématiques fondamentales, Option : Algèbre Géométrie et Théorie des Nombres, obtenu à l'Université des Sciences et Techniques de Masuku (USTM) à Franceville au Gabon, et soutenu en novembre 2023.

## Directeurs de thèse

- Tony Mack Robert EZOME MINTSA, Maître de Conférence CAMES, Ecole Normale Supérieure (ENS), Libreville, Gabon ;

**Expertise** : Algèbre Géométrie Théorie des Nombres et Applications.

- Steffen Müller, Professeur Associé à University of Groningen (UG), Pays-Bas ;

**Expertise** : Géométrie arithmétique.

- Basile Guy Richard BOSSOTO, Professeur titulaire CAMES ; Université Marien NGOUABI (UMNG) ;

**Expertise** : Mathématiques pures, Algèbre, Géométrie, Théorie des représentations, etc.

# Qu'est-ce qu'une courbe ? Et un revêtement de courbe ? [6]

Une **variété algébrique** est le lieu d'annulation dans un espace projectif ou affine d'un ensemble de polynômes en un nombre fini d'indéterminés.

Une **courbe algébrique** est une variété qui satisfait des conditions supplémentaires :

- 1 La famille de polynômes doit engendrer un idéal premier ;
- 2 Le corps de fraction du quotient par cet idéal, de l'anneau des polynômes, est de dimension de transcendance 1 sur le corps de base.

## Un revêtement de courbe algébrique

est une fonction entre deux courbes, qui vérifie les conditions :

- 1 Elle doit être régulière en tout point (un morphisme) ;
- 2 Et ce morphisme doit être fini.

**Contexte** : Dès la fin des années 1800, plusieurs résultats tel que la borne  $|Aut(\mathbf{C})| \leq 84(g - 1)$  de l'ordre du groupe des automorphismes d'une courbe algébrique lisse  $\mathbf{C}$  de genre  $g \geq 2$ , dû au mathématicien Adolf Hurwitz [1], ouvrent la porte à des études plus poussées et notamment à plusieurs travaux de paramétrisation et classifications des revêtements. Plusieurs résultats voient le jour à l'exemple des travaux de 1979 des mathématiciens Komiya et Kuribayashi [3], et ceux du mathématicien Dolgachev [2], de 2010.

**Justification** : Cependant une majorité de ces résultats sont dans le cas galoisien, et de plus pour une courbe  $\mathbf{C}$  de genre  $g \leq 3$ , pour un degré  $n$  du revêtement qui se veut assez petit, et pour un corps de base de caractéristique 0. Il y'a donc encore, en la matière, beaucoup à faire.

**Intérêts** : L'étude des revêtements de courbes algébriques a donc un intérêt en mathématiques fondamentales, mais aussi bien au delà puisque à chaque revêtement de courbe est associé une variété abélienne particulière (sa variété Prym) qui présente un intérêt même en Physiques Appliquées avec l'exemple de l'équation de Kadomtsev-Petviashvili [4] [5] décrivant le mouvement des ondes non linéaires.

Un revêtement de courbe  $\phi : D \longrightarrow C$  induit un morphisme sur les jacobiniennes :

$$\begin{aligned} \phi_* : \text{Jac}(D) &\longrightarrow \text{Jac}(C) \\ \text{class}(\sum_{T \in D} n_T [T]) &\longmapsto \text{class}(\sum_{T \in D} n_T [\phi(T)]) \end{aligned}$$

La variété de Prym de  $\phi$ , notée  $\text{Prym}(D/C)$ , est la composante connexe dans le noyau  $\text{Ker}(\phi_*)$  qui contient le neutre de  $\text{Jac}(D)$ .

Ces variétés Prym sont un exemple de variétés abéliennes qui en général ne sont pas des Jacobiniennes de courbes.

L'objectif de cette thèse est donc de mettre en exergue (paramétriser) des familles de revêtements de courbes algébriques dont on étudiera les propriétés et décrira les variétés de Prym associées.



university of  
 groningen

- Un financement partiel du comité de bourses pour l'Afrique subsaharienne (SSA) de l'Université de Groningue, qui finance les voyages et séjours de recherche à destination de l'Université de Groningue.

- [1] Francesc Bars. Automorphisms groups of genus 3 curves, Number Theory Seminar UAB-UB-UPC on Genus 3 curves. Barcelona, January 2005.
- [2] Igor Dolgachev. Topics in Classical Algebraic Geometry. September 22, 2010.
- [3] Akikazu Kuribayashi, Kaname Komiya. On Weierstrass points and automorphisms of curves of genus three. Algebraic geometry. Proc. Summer Meeting, Copenhagen 1978, Springer (1979).
- [4] Ahmed Lesfari. Prym varieties and applications. Journal of Geometry and Physics. April 2008.
- [5] Ahmed Lesfari. Prym varieties and applications. arXiv :0706.2372, Journal of Geometry and Physics, 15 Jun 2007.
- [6] Bin Nguyen. Ramified coverings of algebraic varieties. *Lismath*, May 6, 2016.



**C'EST LA FIN DE CETTE PRESENTATION**

